

ТАДЖИКСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
МЕХАНИКО - МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛТЕТ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ



СИЛЛАБУС (РАБОЧАЯ ПРОГРАММА) ПО ДИСЦИПЛИНЕ СПЕЦИАЛЬНЫЙ  
КУРС «ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТИПА ВОЛЬТЕРРА С  
ГРАНИЧНЫМИ ОСОБЫМИ ЯДРАМИ» ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВТОРОГО КУРСА  
СПЕЦИАЛЬНОСТИ 31030102

Учебная дисциплина: специальный курс «Интегральные уравнения типа Вольтерра с  
граничными особыми ядрами»

Специальность: 31030102 - математика

Количество учебных часов – 72 часа (3 кредита)

Лекция – 48 часов (2 кредита)

Лабораторные занятия – 24 часов (1 кредит)

Курс – 2, семестр 2-ой

ДУШАНБЕ - 2022  
СИЛЛАБУС

(обширная рабочая программа) составлена профессором кафедры теории функций и математического анализа Раджабовой Л.Н. по предмету Специальный курс «Интегральные уравнения типа Вольтерра с граничными особыми ядрами» для студентов 2-ого курса очного отделения специальности 31030102 – математика.

Имя и фамилия	Курс	2	Расписание занятий
д.и.ф.-м., профессор Раджабова Л.Н.	семестр	2	
	Количество кредитов	3	
Адрес преподавателя: Кафедра теории функций и математического анализа, кабинет 310, учебный корпус №17, Тел: 907-15-00-44	Лекция	48ч.	Четверг, 11 <sup>00</sup> -11 <sup>50</sup> (ауд. С.1) Пятница, 13 <sup>00</sup> -13 <sup>50</sup> (ауд. С.1)
	СРС (лабораторные занятия)	24 ч.	Понедельник, 9 <sup>00</sup> -10 <sup>50</sup> (ауд. С.1)
	Приём лабораторных работ	-	Пятница, 14 <sup>00</sup> -14 <sup>50</sup> (ауд. С.1)
	Форма итогового контроля	экзамен	

Рабочая учебная программа разработана на основе Государственного стандарта высшего профессионального образования Республики Таджикистан, также Положения кредитной системы обучения в высших профессиональных учебных заведениях Республики Таджикистан (Постановление Коллегии Министерства образования и науки Республики Таджикистан от 30.12. 2016, №19/24) и минимальное содержание Государственной образовательной программы (Стандарта) Республики Таджикистан утверждено Коллегией Министерства образования и науки Республики Таджикистан. 20..., №...

Утверждено на заседании кафедры, протокол №\_8\_ от «26\_»\_01\_ 2023 года. Заведующая кафедрой \_\_\_\_\_ д.ф.-м.н., профессор Раджабова Л.Н. Рассмотрено и рекомендовано к использованию в учебном процессе на основании решения Научно-методического совета механико-математического факультета от «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2023 года, протокол № \_\_\_\_ .

Председатель  
Научно-методического совета  
д.т.н, профессор

Шерматов Н.

## РАЗДЕЛ I: ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

**1.1. Рабочая программа учебной дисциплины** (силлабус) подготовлена по специальности 31030102 – Математика.

Предмет Специальный курс «Интегральные уравнения типа Вольтерра с граничными особыми ядрами» является одной из основных дисциплин Специального курса для специальностей математика, изучение которой начинается с 4-го семестра. Студенты по желанию распределяются по кафедрам для изучения специальных курсов по научным направлениям.

Предмет интегральные уравнения — одна из дисциплин, с которым связаны многие задачи дифференциальных, механических, физических уравнений, теории волн и многие другие проблемы. Теория интегральных уравнений Вольтера с особыми и сильно-особыми ядрами — новая теория, основанная на результатах, полученных в последние 10-15 лет профессором Раджабовым Н. и его школой. Теория данного типа интегральных уравнений, как правило, не подчиняется классической теории интегральных уравнений. Лишь в частных случаях имеют место ранее известные утверждения .

### 1.2. Краткое описание предмета

Данный предмет является одним из компонентов ряда профильных дисциплин, изучение которых является обязательным. При этом Специальный курс «Интегральные уравнения типа Вольтерра с граничными особыми ядрами» преподается студентам как теоретически, так и практически.

### 1.3. Цели и задачи дисциплины

**Цель курса** «Интегральные уравнения типа Вольтерра с граничными особыми ядрами» - ознакомление студентов с фундаментальными методами исследования обыкновенных дифференциальных уравнений, дифференциальных уравнений в частных производных с сингулярными коэффициентами, интегральных уравнений типа Вольтерра и Фредгольма с регулярным ядром, интегральных уравнений типа Вольтерра со слабой особенностью , с особенностью первого порядка или сильной особенностью.

Изучение Специального курса «Интегральные уравнения типа Вольтерра с граничными особыми ядрами» как составной части процесса высшего математического образования имеет большое научное и практическое значение. Изучение этой научной дисциплины с целью приобретения общенаучных знаний о интегральных уравнений типа Вольтерра с граничными особыми ядрами важно в связи с изучением дисциплины дифференциальные уравнения с частными производными, которая является основой точных наук, в том числе физики, астрономии, технических наук.

Задачи учебной дисциплины «Специальный курс «Интегральные уравнения типа Вольтерра с граничными особыми ядрами» - это развить кругозор студентов. Обучить студентов важнейшим теоретическим положениям интегральных уравнений типа Вольтерра с особыми линиями, аналитическим методам, выработать у них навыки решения конкретных задач, требующих исследования функций и вычисление связанных с ними величин. Важнейшие задачи преподавания специальный курс состоят в том, чтобы на примерах продемонстрировать студентам сущность научного подхода, специфику, научить студентов приемам исследования и решения формализованных задач, привить навыки самостоятельной работы с математической литературой.

**В зависимости от цели в процессе изучения предмета** Специальный курс «Интегральные уравнения типа Вольтерра с граничными особыми ядрами» **решаются следующие задачи:**

- овладение основными и общими понятиями о определенных интегралах, несобственных интегралах и их сходимости;
- овладение основными и общими понятиями о интегральных уравнениях типа Фредгольма и Вольтерра с регулярным ядром или ядром со слабой особенностью;
- овладение основными и общими понятиями о интегральных модельных уравнениях типа Вольтерра с особым или сильно-особым ядром, разрешимости данных уравнений;
- повышение уровня научного сознания и знаний студентов за счет изучения предмета «Интегральные уравнения типа Вольтерра с граничными особыми ядрами»;
- анализ интегральных уравнений типа Вольтерра с граничными особыми линиями с явлениями, связанных с ними;

**1.4. Пререквизиты:** При изучении предмета «Интегральные уравнения типа Вольтерра с граничными особыми ядрами» студенты опираются на свои знания следующих дисциплин, способствующих изучению данного предмета: предметы, усвоенные учеником за время обучения в общеобразовательной школе: элементарная математика, алгебра, геометрия, физика и др., а также предмет математический анализ, аналитическая геометрия и др.

**1.5. Постреквизиты:** Студенты смогут использовать знания и умения, полученные в результате изучения предмета «Интегральные уравнения типа Вольтерра с граничными особыми ядрами» при изучении всех математических дисциплин, в том числе: дифференциальных уравнений, уравнения математической физики, функционального анализа и интегральных уравнений, теории вероятностей и математической статистики, Теория систем и системный анализ, Исследование операций и методы оптимизации, Основы вычислительной математики, Математическое и имитационное моделирование и др.

**1.6. Основные требования к разделам предмета и его изучению:**

**1.6.1. Требования к уровню владения предметом (профессиональной компетентности).**

**В результате изучения предмета студент должен:**

**а) знать:**

- определение определенного интеграла и несобственного интеграла, признаки сходимости несобственного интеграла;
- решение обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка;
- решение обыкновенных неоднородных дифференциальных уравнений первого порядка;
- интегральные уравнения типа Фредгольма с регулярным ядром, способы нахождения решений данных уравнений;
- - интегральные уравнения типа Вольтерра с регулярным ядром, способы нахождения решений данных уравнений;

**б) может:**

- определять сходимость несобственного интеграла;
- решать обыкновенные дифференциальные уравнения;
- решать интегральные уравнения типа Вольтерра с фиксированными особыми точками;
- изучать поведение полученных решений в окрестности особых точек и линий;

**в) на практике умеет:**

- владеть техникой определения сходимости несобственных интегралов;
- находить явное решение дифференциальных уравнений в частных производных с сингулярными коэффициентами;

- находить явное решение интегральных уравнений типа Вольтерра с особыми точками и линиями;

В зависимости от темы или аудитории при изучении предмета, помимо традиционных лекций, используются различные активные виды преподавания теоретических вопросов, такие как проблемные лекции, академические лекции, лекции-дебаты, лекции с паузами, комплексные лекции и т. д. .

**Формы** – лекции, лабораторные занятия, подготовка докладов к конференциям, текущая самостоятельная работа, выполнение условных заданий по каждой теме, самостоятельная работа, написание конспекта.

Методы – решение задач, подготовка докладов, выполнение самостоятельных работ, дискуссии, рабочие игры, выполнение контрольных работ, сдача тестов и т.д.

При проведении практических занятий рекомендуется использовать комплекс электронного оборудования: электронная доска, персональные компьютеры, проекционное оборудование. Основные пояснительные материалы (планы, таблицы, графики) для соответствующего использования заранее должны быть подготовлены. На практических занятиях целесообразно использовать тесты при проведении опроса .

**Календарно-тематический план учебной дисциплины** Специальный курс «Интегральные уравнения типа Вольтерра с граничными особыми ядрами» Общее количество кредитов – 3 (72 часов)

Лекционно-теоретические аудиторские занятия - 2 (48 часов)

Лабораторные занятия - 1(24 часов).

**2.2.Общий календарный план учебного предмета  
Содержание предмета**

недели	№ п.п.	НАЗВАНИЕ РАЗДЕЛОВ, И ТЕМ			Всего часов	Литература
		Лекции	Лекционные занятия	Лабораторные занятия		
I	1	Определенный интеграл. Несобственные интегралы первого и второго рода . Признаки сходимости несобственных интегралов.	2		5	1,2,3
	2	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка	1			
	3			2		
II	4	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка	1		5	1,2,3
	5	Общие сведения о интегральных уравнений	2			
	6			1		
III	7	Интегральные уравнения типа Фредгольма и Вольтерра. Резольвента интегрального уравнения типа Вольтерра	2		5	1,2,3
	8	Выражение решения интегрального уравнения типа Вольтерра при помощи резольвенты интегрального уравнения	1			
	9			2		
IV	10	Связь интегральных уравнений типа Вольтерра и дифференциальных уравнений.	1		5	1,2,3
	11	Классификация интегральных уравнений типа Вольтерра с особыми точками.	2			
	12			1		

V	13	Связь между интегральным уравнением типа Вольтерра с левой особой точкой и линейным дифференциальным уравнением первого порядка.	1		5	1,2,3
	14	Решение модельного интегрального уравнения типа Вольтерра с левой фиксированной особой точкой	2			
	15			2		
VI	16	Решение немодельного интегрального уравнения типа Вольтерра с левой фиксированной особой точкой	2		5	1,2,3
	17	Решение модельного интегрального уравнения типа Вольтерра с правой фиксированной особой точкой	1			
	18			1		
VII	19	Решение немодельного интегрального уравнения типа Вольтерра с правой фиксированной особой точкой	2		5	1,2,3
	20	Исследование интегрального уравнения типа Вольтерра с левой особой точкой в общем случае.	1			
	21			2		
VIII	22	При помощи метода регуляризации нахождение решения интегрального уравнения типа Вольтерра с левой особой точкой к решению интегрального уравнения типа Вольтерра со слабой особенностью.	1		4	1,2,3
	23	Исследование интегрального уравнения типа Вольтерра с правой особой точкой в общем случае.	2			
	24			1		
IX	25	При помощи метода регуляризации нахождение решения интегрального уравнения типа Вольтерра с правой особой точкой к решению интегрального уравнения типа Вольтерра со слабой особенностью.	2		5	1,2,3

	26	Постановка граничных задач для интегральных уравнений с особыми точками.	1			
	27			2		
X	28	Граничные задачи для модельного интегрального уравнения типа Вольтерра с левой особой точкой.	1		4	1,2,3
	29	Граничные задачи для немодельного интегрального уравнения типа Вольтерра с левой особой точкой.	2			
	30			1		
XI	31	Граничные задачи для модельного интегрального уравнения типа Вольтерра с правой особой точкой.	2		5	1,2,3
	32	Граничные задачи для немодельного интегрального уравнения типа Вольтерра с правой особой точкой.	2			
	33			2		
XII	34	Изучение модельного интегрального уравнения типа Вольтерра с левой фиксированной сильно-особой граничной точкой	1		4	1,2,3
	35	Решение немодельного интегрального уравнения типа Вольтерра с левой сильно-особой граничной точкой	2			
	36			1		
	37		1		5	
XIII	38	Изучение модельного интегрального уравнения типа Вольтерра с правой фиксированной сильно-особой граничной точкой	2			
	39	Решение немодельного интегрального уравнения типа Вольтерра с правой сильно-особой граничной точкой		2		
	40		1		4	
XIV	41	Изучение поведения многообразия решений немодельного интегрального уравнения с особой точкой типа Вольтерра на граничных точках.	2			

	42			1		
	43	Изучение интегрального уравнения типа Вольтерра с левой фиксированной сильно-особой граничной точкой в общем случае	2		5	
XV	44	Граничные задачи для интегрального уравнения типа Вольтерра с левой сильно-особой точкой.	1			
	45			2		
XVI	46	Граничные задачи для интегрального уравнения типа Вольтерра с правой сильно-особой точкой .	3		4	
	47			1		

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература

1. Раджабов Н. Интегральные уравнения типа Вольтерра с фиксированными граничными и внутренними сингулярными и сверхсингулярными ядрами и их приложения., Душанбе-2007.-222 стр.
2. Раджабов Н., **Раджабова Л.Н.** Введение в теорию многомерных интегральных уравнений типа Вольтера с фиксированными сингулярными и сверх сингулярными ядрами и их приложение./ Н.Раджабов // Раджабов Н., **Раджабова Л.Н.** / Saarbiicken : Германия.- LAP LAMBERT, Academic Publishing 2012. - 502с.

### **2.3. СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ И ОТДЕЛЬНЫХ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **2.3. СОДЕРЖАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА**

Самостоятельная работа студента – оценивается как деятельность студента по самостоятельному освоению учебной программы дисциплины по темам и заданиям, обеспечивается высшим учебным заведением (кафедрой) учебно-методической литературой и пособиями. Самостоятельная работа студентов в условиях кредитной системы обучения осуществляется как – Самостоятельная (лабораторная) работа студента под руководством преподавателя (СМР);

### **СОДЕРЖАНИЕ СРС**

Практические занятия являются одной из форм учебной деятельности студентов и обеспечивает логическую связь между теоретической подготовкой, практической направленностью отдельных дисциплин и полноценной подготовкой студентов как специалистов. На практике студенты усваивают правила и методы практического применения теоретических знаний по предмету, вырабатывают навыки и умения решать конкретные задачи на основе своих научных знаний.

Целью СРС является развитие у студентов способности осмысливать, мыслить творчески и самостоятельно, а в процессе закреплять, расширять и интерпретировать теоретические знания, что должно способствовать развитию профессиональных компетенций студентов.

Самостоятельная работа студента под руководством преподавателя выполняется в виде лабораторных заданий, рефератов, комплекта домашних заданий, рефератов, презентаций собранных материалов, защиты курсовых работ (проектов), отчетов по стажировкам и т.д. и оценивается преподавателем.

### Раздел III: ПОЛИТИКА И ПРОЦЕСС ОЦЕНКИ

Оценка производится в соответствии с действующим Положением о кредитной системе обучения. Проводится еженедельный контроль за деятельностью студентов в лекционных и практических занятиях, выполнением письменных домашних заданий. В конце семестра проводится итоговый экзамен в различных формах (тестовая, устная, письменная и т.д.).

В конце семестра вы получаете общую оценку, которая является показателем результатов ваших усилий в течение семестра. Итоговая оценка выставляется на основании графика оценивания, определяемого Ученым советом Университета.

Успеваемость учащихся в каждом туре (еженедельно: 2,5 + 6 + 4 = 12,5 баллов).

В том числе: 4 балла - за активное участие в лекционных занятиях;

6 баллов - за выполненную работу по СРС (семинары, мастер-классы и т.п.);

2,5 балла - за самостоятельную работу.

Определение рейтинга студента в итоговой аттестации, экзамене по предмету также осуществляется на основании требований рейтингово-рейтинговой системы ECTS.

Итоговая аттестация, экзамен по предмету принимается и проводится в письменной или устной форме. Объем контрольных вопросов при итоговой аттестации, экзамене по предмету равенот 20 до 25 вопросам.

За каждый правильный ответ - 4 балла. Если меньше 25 вопросов, установленный балл следует умножить на 100.

Балл, полученный обучающимся в ходе итоговой аттестации, экзамена по предмету, считается суммой тестовых баллов. Рейтинговые баллы, полученные студентом на итоговой аттестации, экзамене по предмету, прибавляются к баллам, заработанным им в течение семестра.

Оценка по предмету – это сумма баллов, полученных в течение недели, и результата итогового экзамена. Баллы распределяются следующим образом:

№	ТИП КОНТРОЛЯ	НЕДЕЛИ И МИНИМАЛЬНЫЕ БАЛЛЫ																ИЧ	Σ холхо
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		
1	За активность в лекционных занятиях	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4		<b>64</b>
2	За проделанную работу по КМС (семинары, мастер-классы и т.д.)	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6		<b>96</b>
3	За проделанную работу над DCP	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5		<b>40</b>
4	В неделю	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5		<b>200</b>
<b>5</b>	<b>В целом</b>																	<b>100</b>	<b>300</b>

Итоговая оценка по предмету рассчитывается по следующей формуле:

$$Q = \left[ \frac{P_1 + P_2}{2} \right] \cdot 0,5 + 0,5 \cdot I_3,$$

где  $P_1$  – 1 рейтинг,  $P_2$  – 2 рейтинг,  $I_3$  – итоговый экзамен

Итоговый экзамен по курсу сдается в виде

экзаменационного теста ----- 100%

### Буквенное и числовое выражение оценки студента

Буквенное выражение оценки	Числовое выражение оценки	Балл правильных ответов	Традиционное выражение оценки
<i>A</i>	4,0	$95 \leq A \leq 100$	Отлично
<i>A -</i>	3,67	$90 \leq A < 95$	
<i>B +</i>	3,33	$85 \leq B < 90$	Хорошо
<i>B</i>	3,0	$80 \leq B < 85$	
<i>B -</i>	2,67	$75 \leq B < 80$	
<i>C +</i>	2,33	$70 \leq C < 75$	Удовлетворительно
<i>C</i>	2,0	$65 \leq C < 70$	
<i>C -</i>	1,67	$60 \leq C < 65$	
<i>D +</i>	1,33	$55 \leq D < 60$	
<i>D</i>	1,0	$50 \leq D < 55$	
<i>F<sub>x</sub></i>	0	$45 \leq F_x < 50$	Неудовлетворительно
<i>F</i>	0	$0 \leq F < 45$	

*Примечание:* *F<sub>x</sub>* - Неудовлетворительная оценка, дающая студенту право не участвовать в повторном изучении предмета и сдать экзамен по предмету в триместре (дополнительную сессию) бесплатно.

**Рекомендуемая форма одежды и участие студентов** на всех занятиях (лекциях, семинарах, лабораториях и т.п.) обязательно. Посещаемость не означает автоматически увеличение баллов, т.е. требуется активное участие студентов. В случае прогула или несвоевременного выполнения заданий, поставленных преподавателем, студент штрафуются на определенные баллы.

**Деятельность** в аудиторных классах и КМС является обязательной и является одним из составляющих итоговой оценки студента. Обязательна предметная подготовка к каждому занятию. Поскольку результаты, полученные студентом на практических занятиях, оцениваются баллами, полученными в ходе текущих учебных занятий. В результате освоения предмета на занятиях, участия и активности - 64 балла, самостоятельной работы студента под руководством преподавателя (семинарская, практическая и т.д.) - 96 баллов и за СРС 40 возможных баллов в каждом академическом периоде.

**Письменное домашнее задание** – выполнить самостоятельную работу и написать самостоятельную домашнюю работу на заданную тему. Критерии оценки письменной работы: полнота содержания, объем, логика изложения и вычислений, своевременность подачи.

**Фазовый контроль** включает в себя все темы лекций, домашние задания и материалы для чтения, пройденные в ходе курса, и реализуется в виде тестов и дискуссий по изученным темам.

**Дистанционный экзамен** является формой контроля, который проводится студентами дважды в течение каждой академической четверти с целью определения уровня усвоения учебной программы. Дистанционные экзамены проводятся учителями-предметниками в тестовых центрах университета.

**Итоговый экзамен (финальный)** проводится устно или письменно и включает в себя различные формы заданий: открытые вопросы, примеры и решение задач. Критерии выставления оценок: полнота и точность ответов, логика и стиль изложения.

## РАЗДЕЛ IV: УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Список рекомендуемой литературы

#### 4.2.1. Основная литература

1. Раджабов Н. Интегральные уравнения типа Вольтерра с фиксированными граничными и внутренними сингулярными и сверхсингулярными ядрами и их приложения. Душанбе-2007.-222 стр.
2. Ловитт У.В. Линейные интегральные уравнения. Москва. УРСС 2004. -234с.
3. Класнов М.Л. Интегральные уравнения. Москва. Изд.-во Наука. -1975.-304 с.

4. Раджабов Н., **Раджабова Л.Н.** Введение в теорию многомерных интегральных уравнений типа Вольтера с фиксированными сингулярными и сверх сингулярными ядрами и их приложение./ Н.Раджабов // Раджабов Н., **Раджабова Л.Н.** / Saarbrücken : Германия.- LAP LAMBERT, Academic Publishing 2012. - 502с.

5. *4.2.2 Литература, изданная в Таджикистане*